H-118B
c.2

...istics Statistique
...ada Canada

Time Series
Research and Analysis
Division

Division de Recherche et
Analyse
des Chroniques

Canada

H-118B
C.2.

L'AJUSTEMENT DE SÉRIES À DES JALONS BI-ANNUELS AVEC CONNAISSANCE DU POINT D'ARRIVÉE

par Pierre A. CHOLETTE
Statistique Canada

ADJUSTING SERIES TO BI-ANNUAL BENCHMARKS WHEN KNOWING THE END POINT

by Pierre A. CHOLETTE
Statistics Canada

Recherche et analyse des chroniques
Édifice R.H. Coats, 25e étage
OTTAWA (Cntario), Canada
K1A 0T6

(613) 995-3126

Mai 1983

83-05-002B

Time Series Research and Analysis
R.H. Coats Building, 25th floor
Ottawa, Ontario, Canada
K1A 0T6

(613) 995-3126

May 1983

L'AJUSTEMENT DE SÉRIES À DES JALONS BI-ANNUELS AVEC CONNAISSANCE DU POINT D'ARRIVÉE

par
Pierre A. CHOLETTE
Statistique Canada
OTTAWA, Canada, K1A 0T6

- résumé -

Ce travail élabore une méthode d'étalonnage adaptée à la situation particulière suivante: Les jalons ou repères annuels ne sont pas disponibles à chaque année; et un nouvel échantillon qui n'occasionne pas d'écart annuel entre en vigueur pour les périodes de temps suivant l'intervalle d'estimation. La série ajustée obtenue selon la méthode proposée s'avère la plus parallèle possible à la série originale sur l'intervalle relatif au vieil échantillon et aboutit sans discontinuité aux valeurs du nouvel échantillon sans discontinuité de mouvement.

Appliquée à rebours, la méthode pourrait aussi servir lorsqu'il faut garder intactes les estimés "historiques" antérieurs à une certaine date.

ADJUSTING SERIES TO BI-ANNUAL BENCHMARKS WHEN KNOWING THE END POINT

by
Pierre A. CHOLETTE
Statistics Canada
Ottawa, Canada, K1A 0T6

- abstract -

This paper develops a benchmarking method adapted to the following particular situation: The annual benchmarks are not available for every year; and a new survey which does not give rise to annual discrepancies is used for the time periods following the estimation interval. The benchmarked series obtained under the method proposed is as parallel as possible to the original series over the interval of the old survey and leads to the values of the new survey without discontinuity in the movement.

The method could also be applied backwards when it is necessary to keep the estimates unchanged prior to a certain date.

INTRODUCTION

En de nombreux cas, les instituts de statistiques obtiennent les données infra-annuelles d'une série à partir d'une source et des données annuelles plus fiables à partir d'une autre source. Denton (1971) et Cholette (1978, 79 et 83) ont résolu le problème de trouver une série infra-annuelle compatible avec les jalons annuels.

Dans certains cas, cependant, les jalons annuels sont disponibles à chaque deux ans au lieu de chaque année. Dans le cas considéré ici, on connaît en outre le point d'arrivée de la série ajustée aux jalons. La valeur à ce point d'arrivée provient d'un nouvel et meilleur échantillon (ou procédé d'échantillonnage) dorénavant utilisé et qui n'occasionne pas d'écart annuel. À ce point d'arrivée, on détient en fait les valeurs de la série selon les deux échantillons pour au moins un mois. Ce travail propose une méthode d'étalonnage (benchmarking) appropriée à la situation décrite.

On peut aussi appliquer la méthode à rebours dans les cas où le bon échantillon se rapporte au début au lieu de la fin de la série, ou bien où les valeurs ajustées aux jalons antérieures à une certaine date doivent être considérées comme "historiques", c'est-à-dire immuables.

1. ILLUSTRATION DE LA MÉTHODE

La figure 1 présente une série qui origine d'un procédé d'échantillonnage pour les quatre premières années et d'un meilleur échantillonnage à partir de l'année 5. Sur le premier segment (relatif au premier échantillon) la série originale observée z_t donne lieu à des écarts annuels de 128 et 157 unités. Les écarts annuels sont les différences

INTRODUCTION

In many cases, statistical agencies obtain sub-annual data of a series from one source and more reliable yearly data from another source. The problem of finding a sub-annual series compatible with the yearly benchmarks was dealt with by Denton (1971) and Cholette (1978, 79 and 83).

In some cases however, the benchmarks are available every second year instead of every year. Furthermore, in the situation contemplated here, the ending point of the benchmarked series is known. That ending point value originates from a new and better survey (or a new surveying procedure) which does not give rise to any annual discrepancies. At the ending point, values of the series are actually obtained from both surveys for at least one month. This paper provides a benchmarking method tailored to the situation described.

The method can also be applied backwards in cases where the good survey pertains to the beginning rather than to the end of the series or where the benchmarked values prior to a certain date must be considered as "historical", that is as unalterable.

1. ILLUSTRATION OF THE METHOD

Figure 1 displays a series which originates from one surveying procedure for the first four years and from a better survey starting in year 5. On the first segment (from the first survey) the observed original series z_t gives rise to annual discrepancies of 128 and 157 units. The annual discrepancies are the

entre les jalons ou repères annuels et les sommes annuelles correspondantes de la série infra-annuelle observée. Sur le dernier segment, la série améliorée z^*_t ne produit pas d'écart annuel. On connaît également les valeurs de la série selon le veil échantillon pour l'année 5. Les jalons annuels disponibles à tous les deux ans y_i (sur le premier segment) sont représentés dans la figure par leur valeur annuelle moyenne $\underline{y}_i$ des années de disponibilité.

Il appert que la série ajustée aux repères x_t estimée selon la méthode proposée dans ce travail satisfait aux contraintes d'égalité annuelle avec les jalons disponibles et qu'elle aboutit à la série améliorée z^*_t sans discontinuité de mouvement. On peut en fait faire arriver la courbe x_t à n'importe quel point z^*_{n+1} donné. On note également que sur le premier segment la série

differences between the annual benchmarks and the corresponding annual sums of the observed annual series. On the second segment the improved series z^*_t produces no annual discrepancies. The values of the series according to the old survey is also known for the fifth year. The bi-annually available benchmarks y_i (on the first segment) are represented by their average annual value $\underline{y}_i$ on the available year.

The series x_t benchmarked according to the method proposed in this paper can be seen to satisfy the annual equality constraints with the available benchmarks and to lead to the new improved series z^*_t without discontinuity of movement. In fact, it is possible to make curve x_t lead to any given point z^*_{n+1}. Also note that on the first segment, the

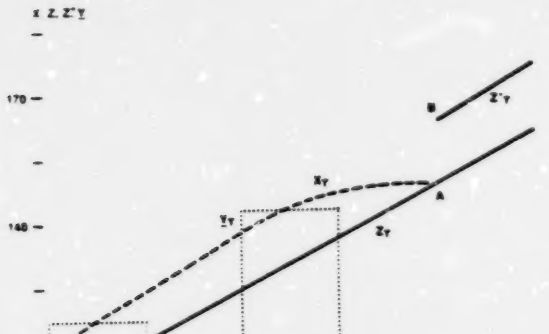

Figure 1: Série originale (ligne continue) et série ajustée aux jalons (tirets) selon la méthode élaborée dans ce travail en régime de jalons bi-annuels (pointillée)

Figure 1: Original series (continuous curve) and benchmarked series (dashed) according to the method developped in this paper for a situation of bi-annual benchmarks (dotted)

Figure 2: Original series (continuous curve) and benchmarked series (dashed) according to the method of Denton adapted to a situation of bi-annual benchmarks (dotted)

Figure 2: Séries originale (courbe continue) et ajustée aux jalons (tirets) selon la méthode de Denton adaptée à la situation de jalons bi-annuels (pointillée)

ajustée est très parallèle à la série originale dont on veut préserver le mouvement.

L'adaptation de la méthode de Denton (1971) suggérée par Helfand, Monsour et Trager (1978) donne dans la même situation des résultats différents. La série ajustée aux jalons se conforme toujours aux jalons disponibles, mais engendre une discontinuité AB (de 10 %) entre les segments associés au vieil et au nouvel échantillons, comme illustré dans la figure 2. Cette discontinuité provient de la minimisation implicite par la méthode de la taille de la dernière correction à apporter au premier segment de la série, comme on peut le vérifier dans la figure.

2. ÉLABORATION DE LA MÉTHODE

Le problème consiste à trouver une série x_t ajustée aux jalons annuels y_i, qui serait la plus parallèle possible à la série originale z_t sur l'intervalle d'estimation constitué par le premier segment. Afin d'atteindre ce parallélisme, les corrections (x_t-z_t) effectuées à la série non ajustée devrait être aussi constantes que possible. Cette condition de parallélisme est spécifiée par le premier terme de l'équation (1) qui minimise le changement quadratique dans les corrections.

Afin d'atteindre la continuité entre les premier et second segments, la dernière correction (x_n-z_n) du premier segment devrait être dans le voisinage de la première correction, $c = z^*_{n+1} - z_{n+1}$, du deuxième segment, qu'on aurait dû faire en l'absence des valeurs z^*_t du nouvel échantillon. (En effet si par hypothèse les valeurs du nouvel échantillon z^*_t $(t > n)$ n'occasionnent pas d'écart annuel tandis que z_t en occasionne, la correction à apporter à z_t est identiquement égale à $z^*_t - z_t$.) Cette condition de continuité se trouve incorporée dans le deuxième terme de l'équation (1), qui minimise la différence quadratique entre la dernière correction et c.

benchmarked series runs very parallel to the original series, whose movement is to be preserved.

Adapting Denton's method (1971), as suggested by Helfand, Monsour and Trager (1978) to the same situation yields different results. As illustrated in Figure 2, the benchmarked series still satisfies the available benchmarks, but creates a discontinuity AB (of 10 %) between the segments associated with the old and the new surveys. This discontinuity originates from the implicit minimization by the method of the last correction made to the first segment of the series, as can be seen in the Figure.

2. DEVELOPMENT OF THE METHOD

The problem is to find a series x_t ajusted to the yearly benchmarks y_i which would be as parallel as possible to the original series z_t on the estimation interval consisting of the first segment. In order to achieve parallelism, the corrections (x_t-z_t) made to the unbenchmarked series must be as flat as possible. This parallelism condition is specified by the first term of equation (1), which minimizes the squared change in the correction.

In order to achieve continuity between the first and second segments, the last correction (x_n-z_n) to the first segment should be close to the first correction, $c = z^*_{n+1} - z_{n+1}$, to the second segment which would have been required in the absence of the new survey values z^*_t. (If by assumption the values of the new survey z^*_t $(t > n)$ do not give rise to annual discrepancies while z_t does, the correction to be made to z_t are identically equal to $z^*_t - z_t$.) This condition of continuity is embodied in the second term of equation (1), which minimizes the square difference between the last correction and c.

La fonction objective à minimiser par les valeurs ajustées aux jalons se lit donc ainsi

The objective function to be minimized by the benchmarked values is then the following

$$p(x) = \sum_{t=2}^{n} (\Delta (x_t - z_t))^2 + ((x_n - z_n) - (z^*_{n+1} - z_{n+1}))^2, \quad (1)$$

et est sujette aux contraintes d'égalité bi-annuelles aux repères y_i:

subject to the constraints of bi-annual equality with the benchmarks y_i:

$$\sum_{t=(i-1)k+1}^{ik} x_t = y_i. \quad i=i_1,i_2,\ldots,i_m, \text{ (e.g. } i_1=1,\ i_2=3,\ldots) \quad (2)$$

En substituant $c = z^*_{n+1}-z_{n+1}$ et en utilisant l'algèbre linéaire, on peut écrire la fonction objective contrainte de la manière suivante

On substituting $c = z^*_{n+1}-z_n$ and using linear algebra, the constrained objective function can be rewritten in the following manner

$$\underline{u}(\underline{x},\underline{l}) = (\underline{x} - \underline{z})'\underline{A}\,(\underline{x} - \underline{z}) + (\underline{F}(\underline{x} - \underline{z}) - \underline{c})'(\underline{F}(\underline{x} - \underline{z}) - \underline{c}) - 2\,\underline{l}'(\underline{y} - \underline{B}'\underline{x}), \quad (3)$$

où les vecteurs et matrices impliqués valent

where the vectors and matrices involved are

$$\underline{x}' = [x_1\ x_2\ \ldots\ x_n], \quad \underline{z}' = [z_1\ z_2\ \ldots\ z_n],$$
$$\underline{y}' = [y_1\ y_2\ \ldots\ y_m], \quad \underline{l}' = [l_1\ l_2\ \ldots\ l_m], \quad (4)$$

$$\underset{n\bar{x}n}{\underline{A}} = \underline{D}'\underline{D}, \quad \underset{(n-\bar{1})xn}{\underline{D}} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & \ldots \\ 0 & -1 & 1 & 0 & \ldots \\ . & . & . & . & \\ . & . & . & . & \\ . & . & . & . & \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$\underset{1\bar{x}n}{\underline{F}} = [0\ 0\ 0\ \ldots\ 0\ 1], \quad \underset{1\bar{x}1}{\underline{c}} = [z^*_{n+1} - z_{n+1}] \quad (6)$$

$$\underset{n\bar{x}m}{\underline{B}} = \begin{bmatrix} j & 0 & \ldots \\ 0 & 0 & \ldots \\ . & j & \\ . & . & \\ . & . & \\ . & . & \end{bmatrix}, \quad \underset{k\bar{x}1}{\underline{j}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ . \\ . \\ . \\ \end{bmatrix}, \quad (7)$$

La position de $\underline{j}$ dans la matrice B dépend de la disponibilité des jalons annuels. (On a supposé dans (6) $i_1=1$, $i_2=3,\ldots$) Les nombres k, m et n dési-

The position of $\underline{j}$ in matrix B depends on the availability of the annual benchmarks. (In (6) $i_1=1$, $i_2=3$, ... was assumed.) Numbers k,

gnent respectivement le nombre de mois par année, le nombre de jalons annuels disponibles et le nombre d'observations dans la série (un multiple de k). Le vecteur $\underline{l}$ contient les multiplicateurs de Lagrange.

m and n respectively stand for the number of months per year, the number of available yearly benchmarks and the number of observations in the series (a multiple of k). Vector $\underline{l}$ contains the Lagrangian multipliers.

Les équations normales associées à la minimisation de (2) sont:

The normal equations associated with minimizing (2) are:

$$(8) \qquad \begin{aligned} \underline{du} / \underline{dx} &= (\underline{A} + \underline{F}'\underline{F})(\underline{x} - \underline{z}) + \underline{B}\,\underline{l} - \underline{F}'\,\underline{c} = 0 \\ \underline{du} / \underline{dl} &= \underline{B}'\,\underline{x} - \underline{y} = 0 \end{aligned} \quad . \qquad (8)$$

La solution correspondant à ce système d'équation s'écrit

The solution corresponding to this system of equations writes

$$(9) \qquad \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{\ } \\ \underline{l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\underline{A} + \underline{F}'\underline{F}) & \underline{B} \\ \underline{B}' & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} (\underline{A} + \underline{F}'\underline{F}) & 0 & \underline{F}' \\ 0 & \underline{I} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z} \\ \underline{y} \\ \underline{c} \end{bmatrix} \qquad (9)$$

$$\Rightarrow x = \underset{n\times(n+m+1)}{W} \begin{bmatrix} \underline{z} \\ \underline{y} \\ \underline{c} \end{bmatrix} = \underset{n\times n}{P}\,\underline{z} + \underset{n\times m}{Q}\,\underline{y} + \underset{n\times 1}{v}\,\underline{c}$$

La série ajustée aux jalons est donc une somme pondérée des valeurs non ajustées z_t, des jalons annuels y_j ainsi que de l'écart c entre les séries issues du nouvel et de l'ancien échantillons pour la première période suivant de l'intervalle d'estimation.

The benchmarked series is therefore a weighted sum of the unbenchmarked values z_t, of the annual benchmarks y_j as well as of the discrepancy c between the series originating from the new and the old surveys for the first period following the estimation interval.

On peut aussi poser c égal à la moyenne des écarts infra-annuels entre les deux séries pour la première année suivant la période d'estimation. En l'absence du vieil échantillon pour cette année-là, on pourrait substituer le dernier écart annuel moyen enregistré sur l'intervalle d'estimation entre le dernier jalon et la somme annuelle correspondante des données infra-annuelles z_t. Cependant, en aucun temps devrait-on poser c égal à zéro, car ceci provoque la discontinuité AB de la figure 2.

One could also set c equal to the average of the sub-annual discrepancies between the two series for the first year following the estimation interval. In the absence of the old survey for that year, one could substitute the last average annual discrepancy recorded on the estimation interval between the last annual benchmark and the corresponding annual sum of the sub-annual data z_t. Under no circumstance, however, should c be set equal to zero, since doing so causes discontinuity AB displayed in Figure 2.

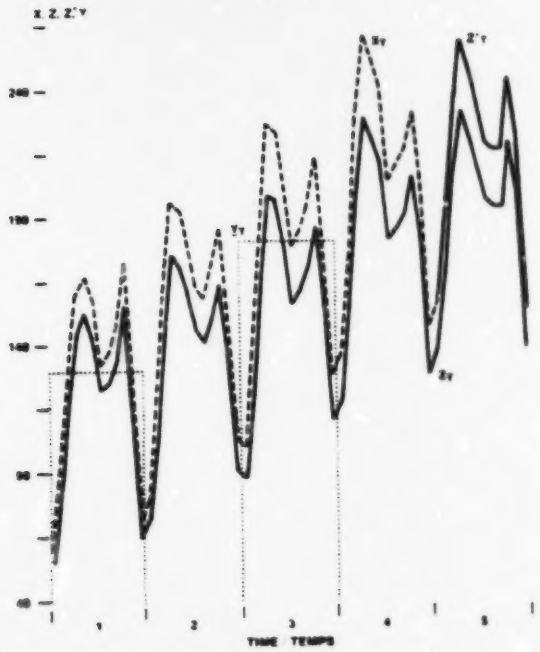

Figure 3: Séries originale observée (ligne continue) et ajustée aux jalons (tirets) selon la variante proportionelle de la méthode d'étalonnage proposée dans ce travail

Figure 3: Original observed (solid curve) and benchmarked series (dashed) according to the proportional variant of the benchmarking method proposed in this paper

3. VARIANTE PROPORTIONNELLE

Certaines séries affichent un fort mouvement infra-annuel saisonnier, qui se traduit chaque année par des valeurs faibles aux mois de creux saisonnier et par des valeurs fortes aux mois de sommet saisonnier. Dans de telles circonstances, le statisticien estimera souvent improbable que les valeurs faibles soient autant responsables des écarts annuels que les valeurs fortes. Dans certains cas, la correction des valeurs faibles et élevées par des quantités comparables pourrait même provoquer l'émergence de valeurs négatives dans la série ajustée lorsque les valeurs originales étaient toutes positives.

La variante proportionnelle de la méthode d'étalonnage présentée ici contourne cette difficulté: chaque correction $(x_t - z_t)$ est proportionnelle à la taille de l'observation originale z_t, comme illustré dans la figure 3. (On a supposé un premier écart annuel de 10 %, un deuxième de 15 % et un écart entre z^*_{n+1} et z_{n+1} de 12 %.)

3. PROPORTIONAL VARIANT

Some series display a very strong sub-annual seasonal movement, which translates each year into low values at the seasonal trough months and into high values at the seasonal peak months. Under such circumstances, the statistician will often rule that the low values are not likely to account for the annual discrepancies as much as the high ones. In some cases, correcting low and high values by comparable amounts could even induce negative values in the benchmarked series when the original values were all positive.

The proportional variant of the benchmarking method proposed in this paper avoids that problem: each correction $(x_t - z_t)$ is proportional to the size of the original observations $z_t$as illustrated in Figure 3. (A 10 % first annual discrepancy, a 15% second discrepancy and a 12% discrepancy between z^*_{n+1} and z_{n+1} were assumed.)

La fonction objective correspondante se lit

The corresponding objective function reads

$$(11)\quad p(x) = \sum_{t=2}^{n} (\Delta (x_t - z_t)/z_t)^2 + [(x_n - z_n)/z_n - (z^*_{n+1} - z_{n+1})/z_{n+1}]^2, \quad (11)$$

et obéit toujours aux contraintes consignées dans (2).

and still fulfills the constraints formulated in (2)

L'utilisation de l'algèbre linéaire et la substitution de $c = (z^*_{n+1} - z_{n+1})/z_{n+1}$ donne la fonction objective lagrangienne suivante

Using linear algebra and substituting $c = (z^*_{n+1} - z_{n+1})/z_{n+1}$ gives the following Lagrangian objective function

$$(12)\quad \begin{aligned} \underline{u}(\underline{x},\underline{l}) &= (\underline{x} - \underline{z})'\underline{Z}^{-1}\underline{A}\,\underline{Z}^{-1}(\underline{x} - \underline{z}) \\ &+ (\underline{F}\,\underline{Z}^{-1}(\underline{x} - \underline{z}) - \underline{c})'(\underline{F}\,\underline{Z}^{-1}(\underline{x} - \underline{z}) - \underline{c}) - 2\,\underline{l}'(\underline{y} - \underline{B}'\underline{x}), \end{aligned} \quad (12)$$

où $\underline{Z}^{-1}$ est une matrice diagonale dont les éléments valent $1/z_1$, $1/z_2$, ..., $1/z_n$.

where Z^{-1} is a diagonal matrix with elements $1/z_1$, $1/z_2$, ..., $1/z_n$.

La solution a une forme presque identique à celle de la variante additive:

The form of the solution is almost identical to that of the additive variant:

$$(13)\quad \begin{bmatrix} \underline{x} \\ \underline{\ } \\ \underline{l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Z}^{-1}(\underline{A} + \underline{F}'\underline{F})\underline{Z}^{-1} & \underline{B} \\ \underline{B}' & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \underline{Z}^{-1}(\underline{A} + \underline{F}'\underline{F})\underline{Z}^{-1} & 0 & \underline{Z}^{-1}\underline{F}' \\ 0 & \underline{I} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{z} \\ \underline{y} \\ \underline{c} \end{bmatrix} \quad (13)$$

4. EXTENSION DE LA MÉTHODE

Série de stock et d'indice - La méthode d'étalonnage presentée dans ce travail, versions additive comme multiplicative, convient à des séries de flux, dont les jalons annnuels correspondent à la somme des valeurs infra-annuelles. Pour les séries de stock cependant, le jalon annuel est associé à un seul des mois de l'année; et pour les séries d'indice, à la moyenne des mois d'une annee.

On peut adapter la méthode proposée à ces deux types de séries en redéfinissant simplement le vecteur $\underline{j}$ de la matrice $\underline{B}$. Pour une série mensuelle de stock par exemple, il suffit de poser

4. EXTENSION OF THE METHOD

Stock and Index Series - Both the additive and proportional variants of the benchmarking method presented in this paper are designed for flow series, whose annual values are associated to the sum of the sub-annual values. For stock series however, the annual benchmarks correspond to only one of the months in the year; and for index series, to the average of all the months in the year.

The method proposed can be adapted to these types of series by merely redefining vector $\underline{j}$ of matrix $\underline{B}$. For a monthly stock series for instance, the vector is set to

$$\underset{1\times 12}{\underline{j}'} = [0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1]$$

(si le jalon correspond au dernier mois); et pour une série trimestrielle d'indice,

(if the benchmarks correspond to the last month); and for a quarterly index series,

$$\underset{1\times 4}{j'} = [1/4 \quad 1/4 \quad 1/4 \quad 1/4].$$

Estimés "historiques" - Le statisticien doit parfois considérer comme historiques certaines valeurs ajustées aux jalons antérieures à une certaine date et par conséquent éviter de les modifier. La méthode d'étalonnage proposée ici pourrait couvrir une telle situation. Il suffit de faire porter le deuxième terme dans la fonction objective (1) (ou (11)) sur les périodes 0 et 1 au lieu de n et n+1. Le terme visé devient

"Historical" Estimates - Sometimes the statistician must consider benchmarked values prior to a certain date as historical and therefore avoid modifying them. The benchmarking method proposed here could cover such a situation. The second term of the objective function (1) (or (11)) is merely changed to imply periods 0 and 1 instead of n and n+1. That term becomes

$$((x_1 - z_1) - (z^*_0 - z_0))^2,$$

où z^*_0 et z_0 désignent respectivement les dernières valeurs ajustée et non ajustée historiques. Le vecteur $\underset{}{F}$ contient maintenant 1, 0, 0, ... Il s'agit en quelque sorte d'appliquer la méthodologie à rebours.

where z^*_0 and z_0 respectively stand for the last historcial benchmarked and unbenchmarked values. Vector $\underset{}{F}$ now contains 1, 0, 0, ... In a sense, the method is applied in a backwards manner.

Évidemment, cette application à rebours de la méthode serait indiquée, lorsque le bon échantillon en question plus haut réside au début de la série plutôt qu'à la fin.

Obviously, this backwards application of the method would be appropriate, when the good survey considered above pertains to the start instead of the end of the series.

BIBLIOGRAPHIE / REFERENCES

1. Baldwin, A. (1978), "New Benchmarking Algorythms using Quadratic Minimization", National Product Division, **Statistics Canada**, Research Paper.

2. Bassie, B.L. (1939), "Interpolation Formulae for the Adjustment of Index Numbers", **Proceedings of the Annual Meetings of the American Statistical Association.**

3. Boot, J.C.G., Feibes, W., Lisman, J.H.C. (1967), "Further Methods of Derivation of Quarterly Figures from Annual Data", **Applied Statistics**, Vol. 16, No. 1, pp. 65-75.

4. Cholette, P.A. (1978), "Comparaison et évaluation de quelques méthodes d'ajustement de séries infra-annuelles aux repères annuels / A Comparison and Assessment of Various Adjustment Methods of Sub-Annual Series to Yearly Benchmarks", Recherche et analyse des chroniques, **Statistique Canada**, document de recherche 78-03-001B, 47 p.; Time Series Research and Analysis, **Statistics Canada**, Research Paper 78-03-001B, 47 p.

5. Cholette, P.A. (1979a), "Adjustment Methods of Sub-Annual Series to Yearly Benchmarks", **Proceedings of the Computer Science and Statistics, 12th Annual Symposium on the Interface**, J.F. Gentleman Ed., University of Waterloo, pp. 358-362.

6. Cholette, P.A. (1979b) "A Note of 'Freezing' Past Estimates when Benchmarking", Time Series Research and Analysis, **Statistics Canada**, Research Paper 79-06-002E, 3 p.

7. Cholette, P.A. (1983), "L'ajustement des séries infra-annuelles aux repères annuels / Adjusting Sub-Annual Series to Yearly Benchmarks", Recherche et analyse des chroniques, **Statistique Canada**, document de recherche 83-05-001B; Time Series Research and Analysis, **Statistics Canada**, Research Paper 83-05-001B.

8. Chow, G.C., Lin, An-loh (1971), "Best Linear Unbiased Interpolation, Distribution and Extrapolation of Time Series by Related Series", **Review of Economics and Statistics**, Vol. 53, No. 4, pp. 372-375.

9. Dagum, E.B. (1977), "Comparison of Various Interpolation Procedures for Benchmarking Economic Time Series", Time Series Research and Analysis, **Statistics Canada**, Research Paper 77-05-006E.

10. Denton, F.T. (1971), "Adjustment on Monthly or Quarterly Series to Annual Totals: An Approach Based on Quadratic Minimization", **J.A.S.A.**, Vol. 66, No. 333, pp. 99-102.

11. Friedman, M. (1962), "The Interpolation of Time Series by Related Series", **J.A.S.A.**, Vol. 57, No. 300, pp. 729-757.

12. Glejser, H. (1966), "Une méthode d'évaluation de données mensuelles à partir d'indices trimestriels ou annuels", **Cahiers Economiques de Bruxelles**, No. 19, 1er trimestre, pp. 45-64.

13. Helfand, S.D., Monsour, N.J., Trager, M.L. (1978), "Historical Revision of Current Business Survey Estimates", **U.S. Bureau of the Census.**

14. Huot, G. (1975), "Quadratic Minimization of Monthly Estimates to Annual Totals", Time Series Research and Analysis, **Statistics Canada**, Research Paper 75-11-010E

15. Lisman, J.H.C., Sandee, J. (1964), "Derivation of Quarterly Figures from Annual Data", **Applied Statistics**, Vol. 13, No. 2, pp. 87-90.

16. Smith,P. (1977), "Alternative Method for Step Adjustment", Current Ecomonic Analysis Division, **Statistics Canada**, Research Paper.

17. Somermeyer, W.H, Jansen, R., Lauter, A.S. (1976), "Estimating Quarterly Values from Annually Known Variables in Quarterly Relationships", **J.A.S.A**, Vol. 71, No. 355, pp. 588-595.